

TEOREMA CHEBYCHEV DAN PENYEBARAN DATA PADA KURVE NORMAL: SUATU KAJIAN STATISTIK PARAMETRIK

Oleh: I Gusti Ngurah Puger¹

Abstrak

Teorema Chebychev pada hakikatnya memiliki keterkaitan yang sangat erat dengan kurve distribusi normal. Ahli-ahli statistik di dalam membuat kurve distribusi normal teoretik menggunakan teorema Chebychev sebagai acuan. Oleh karena itu, distribusi data yang diperoleh dalam suatu penelitian sekurang-kurangnya mengikuti kaidah kurve distribusi normal teoretik atau teorema Chebychev. Makin banyak penyimpangan data empiris pada sebaran distribusi normal teoretik, maka makin tinggi risikonya untuk menerima H_1 (yakni data berdistribusi tidak normal). Bila kejadian ini yang dialami oleh seorang peneliti, maka data penelitiannya tidak bisa diuji dengan statistik parametrik.

Kata kunci: *Teorema, Chebychev, dan distribusi normal.*

Abstract

Chebychev's theorem is essentially closely related to the normal distribution curve. The statisticians in making the theoretical normal distribution curve use the Chebychev theorem as a reference. Therefore, the distribution of data obtained in a study should follow at least the normal distribution curve theoretic or the Chebychev theorem. The more distortion of empirical data found on the distribution of theoretical normal distribution, the higher the risk of receiving H_1 (refer to the data that is not normally distributed). If this was experienced by a researcher, the research data cannot be tested using parametric statistics.

Keywords: *Theorem, Chebychev, and normal distribution*

PENDAHULUAN

Seorang peneliti yang bernaung di kutub penelitian kuantitatif, data penelitiannya diharapkan memenuhi sebaran kurve normal. Hal ini disebabkan karena pada penelitian kuantitatif, analisis statistik apapun yang digunakan sebagai alat untuk menganalisis data yang berhasil dikumpulkan di lapangan pasti menghendaki pengujian normalitas data. Bilamana data yang diperoleh ternyata tidak berdistribusi normal, maka data tersebut tidak bisa dianalisis lanjut dengan analisis statistik yang sudah disiapkan sebelumnya. Dalam kajian statistika, uji

¹ Dr. I Gusti Ngurah Puger, M.Pd. adalah staf edukatif pada Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan (FKIP) Universitas Panji Sakti Singaraja.

normalitas data ini merupakan bidang kajian uji asumsi dari suatu analisis statistik.

Dalam uji normalitas data dengan menggunakan Chi-Kuadrat (χ^2), maka kita akan menentukan rerata (*mean*) dan standar deviasi dari sekelompok data yang akan diuji normalitasnya. Sehubungan dengan Chi-Kuadrat digunakan sebagai salah satu alat untuk menguji normalitas data, sebetulnya sangat bersesuaian dengan pernyataan Sudijono (2010), yang pada hakikatnya menyatakan Chi-Kuadrat juga dapat digunakan untuk mengetes signifikansi normalitas distribusi, yaitu untuk menguji hipotesis nihil yang menyatakan bahwa 'Frekuensi yang diobservasi dari distribusi nilai-nilai yang sedang diselidiki normalitas distribusinya, tidak menyimpang secara signifikan dari frekuensi teoretiknya dalam distribusi normal teoretis.'

Setelah dilakukan proses penghitungan dengan menggunakan prosedur Chi- Kuadrat, akan diperoleh nilai χ^2 -hitung. χ^2 -hitung yang diperoleh harus dibandingkan dengan χ^2 -tabel. χ^2 -hitung harus lebih kecil bila dibandingkan dengan χ^2 -tabel. Oleh karena χ^2 -hitung < χ^2 -tabel, berarti nilai χ^2 -hitung yang diperoleh tidak-signifikan. Dengan kata lain, hipotesis nol (H_0) diterima dan H_1 ditolak. Artinya, sekelompok data yang diuji tidak menyimpang distribusinya dari distribusi normal teoretis.

Sebagai dasar untuk melacak mengenai distribusi data dalam distribusi normal teoretis dapat dikaji teorema Chebychev. Teorema Chebychev mendasarkan sebaran datanya pada nilai rerata (nilai tengah) dan standar deviasi. Menurut Walpole (1995), sekumpulan data, baik populasi maupun sampel, dengan apa yang disebut pusat atau rerata dan keragaman di sekitar rerata ini. Dua nilai yang paling sering digunakan oleh statistikawan adalah nilai tengah dan simpangan baku. Bila suatu sebaran data hasil pengukuran mempunyai simpangan baku yang kecil, kita akan membayangkan bahwa sebagian besar data mengumpul di sekitar nilai tengahnya. Sedangkan, nilai simpangan baku yang besar menunjukkan keragaman yang besar, dalam hal ini pengamatan-pengamatan lebih menyebar jauh dari nilai tengahnya.

Dalam hal sebaran data dalam distribusi normal teoretik, dapat kita katakan bahwa '*in any data set, almost all of the data will lie within three*

standard deviations to either side of the mean. Chebychev's theorem puts this last statement in a more precise form: the portion of data that lies within k standard deviations to either side of the mean is at least $1-(1/k^2)$ (Weiss dan Hassett, 1982). Dalam kaitan dengan sebaran data, maka dalam artikel ini akan dikaji mengenai keterkaitan antara teorema Chebychev dengan sebaran data pada distribusi normal teoretik.

Teorema Chebychev

Standar deviasi yang telah kita kenal untuk mengukur seberapa besar variasi yang ada pada sekelompok data. Pada beberapa contoh sekelompok data telah diilustrasikan bahwa standar deviasi mempunyai suatu sifat penting, yaitu mengukur penyebaran data. Makin banyak variasi yang ada pada sekelompok data, makin besar standar deviasinya.

Berpijak dari pandangan ini, kita telah memusatkan pada penghitungan standar deviasi, lebih disukai daripada pengertiannya. Pada bagian ini kita akan menampilkan beberapa material yang akan memberikan Anda perasaan yang lebih baik seperti bagaimana standar deviasi mengukur variasi pada sekelompok data. Untuk memperoleh pemahaman yang nyata dari penggunaan standar deviasi dalam statistik, ini perlu membaca lebih fokus pada kajian standar deviasi. Walaupun kita akan mengilustrasikan cara yang mana standar deviasi mengukur variasi melalui pencermatan pada dua kelompok data dengan tingkat variasi yang berbeda. Ini dikerjakan pada contoh berikut.

Tabel 1. Diberikan dua kelompok skor ujian. Ini merupakan kenyataan, melalui inspeksi bahwa terdapat lebih banyak variasi pada kelompok data kedua daripada yang pertama.

Kelompok I		Kelompok II	
65	84	30	93
78	85	59	95
81	86	79	97
82	91	87	100
84	94	90	100

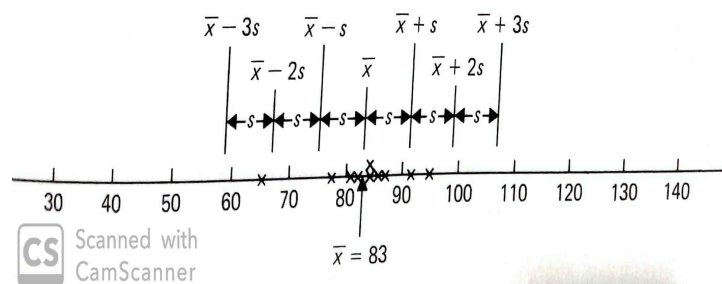
Untuk menghitung rerata (\bar{X}), gunakan rumus: $\bar{X} = \frac{\sum X}{n}$, sedangkan untuk

menghitung standar deviasi (SD) gunakan rumus: $SD = \sqrt{\frac{n(\sum X^2) - (\sum X)^2}{n(n-1)}}$.

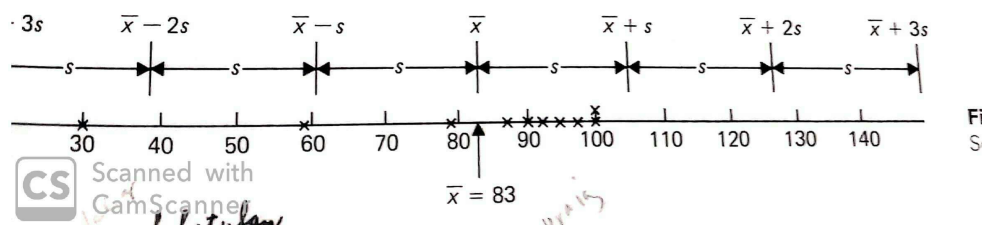
Kita hitung mean sampel dan standar deviasi sampel dari masing-masing kelompok data. Kita peroleh:

Kelompok 1	Kelompok 2
$\bar{X} = 83$	$\bar{X} = 83$
SD = 7,85	SD = 22,32

Untuk memungkinkan Anda melihat variasi tersebut pada gambar, kita mempunyai beberapa gambar menarik. Pada masing-masing gambar kita telah menandai nilai data (dengan tanda silang) dan mean sampel, dan pengukuran interval yang sama pada ukuran standar deviasi. Ini akan membantu Anda untuk melihat standar deviasi.



Gambar 1. Sebaran data pada kelompok 1.
($\bar{X} = 83$ dan SD = 7,85).



Gambar 2. Sebaran data pada kelompok 2.
($\bar{X} = 83$ dan SD = 22,32).

Gambar 1 dan 2 mengilustrasikan uraian bahwa nilai dari kelompok 2 lebih menyebar daripada kelompok 1. Sebagai tambahan, grafik menunjukkan

bahwa untuk masing-masing kelompok data, semua data terletak dalam rentangan beberapa standar deviasi untuk kedua sisi mean. Ini bukan merupakan kebetulan. Hampir semua data pada sekelompok data akan terletak dalam tiga standar deviasi yang diukur pada kedua sisi mean. Sekelompok data dengan banyak variasi akan mempunyai standar deviasi yang besar, dan rentangan data tersebut beberapa standar deviasi akan cukup besar, seperti pada Gambar 2. Sekelompok data dengan variasi yang kurang akan mempunyai standar deviasi yang lebih kecil, dan rentangan data tersebut beberapa standar deviasi akan lebih kecil, seperti pada Gambar 1.

Kita menyebut pada contoh sebelumnya bahwa pada sekelompok data, hampir semua data akan terletak dalam tiga standar deviasi untuk dua sisi mean. Teorema Chebychev mengambil pernyataan tersebut dalam bentuk yang lebih tepat. Menurut Weis dan Hassett (1982), teorema Chebychev menyatakan bagian data yang terletak dalam k standar deviasi untuk dua sisi mean sekurang-kurangnya $1-(1/k^2)$.

Dalam menerangkan sekumpulan data, baik populasi maupun sampel, dengan apa yang disebut pusat atau rata-rata dan keragaman di sekitar rata-rata ini. Dua nilai yang paling sering digunakan oleh statistikawan adalah nilai-tengah dan simpangan baku. Bila suatu sebaran data hasil pengukuran mempunyai simpangan baku kecil, kita akan membayangkan bahwa sebagian besar data mengumpul di sekitar nilai tengahnya. Sedangkan, nilai simpangan baku yang besar menunjukkan keragaman yang besar; dalam hal ini pengamatan-pengamatan lebih menyebar jauh dari nilai-tengahnya.

Ahli matematika berkebangsaan Rusia, P.L. Chebychev (1821-1894), menemukan bahwa proporsi pengukuran yang jatuh antara dua nilai yang setangkup terhadap nilai-tengahnya berhubungan dengan simpangan bakunya. Dalil Chebychev memberikan dugaan yang konservatif terhadap proporsi data yang jatuh dalam k simpangan baku dari nilai tengahnya, untuk suatu bilangan tetap k tertentu (Walpole, 1995).

Kita menekankan bahwa ini adalah benar untuk sekelompok data. Mari kita uji beberapa kasus khusus dari teorema Chebychev. Sebagai contoh, jika $k = 2$, selanjutnya $1-(1/2^2) = 1-1/4 = 3/4$, dan kita simpulkan: bagian data yang terletak

dalam 2 standar deviasi untuk kedua sisi mean sekurang-kurangnya $\frac{3}{4}$. Dengan kata lain: untuk sekelompok data, sekurang-kurangnya 75% data terletak dalam 2 standar deviasi untuk kedua sisi mean. Untuk $k = 3$, selanjutnya $1 - (1/3^2) = 1 - 1/9 = 8/9 = 89\%$; dan pada kasus ini, teorema Chebychev kita nyatakan sebagai berikut. Untuk sekelompok data, sekurang-kurangnya 89% dari data terletak dalam 3 standar deviasi untuk kedua sisi mean.

Menurut Supranto (2000), berdasarkan dalil Chebychev, secara empiris dapat disimpulkan bahwa: (1) $\pm 68\%$ hasil pengukuran akan berada dalam interval $\mu \pm 1\sigma$, (2) $\pm 95\%$ hasil pengukuran akan berada dalam interval $\mu \pm 2\sigma$, dan $\pm 99\%$ hasil pengukuran akan berada dalam interval $\mu \pm 3\sigma$.

Dalil Chebychev ini sangat penting dan dapat mendekati kebenaran kalau hasil pengukuran yang ditunjukkan oleh variabel X mendekati normal. Pentingnya dalil ini terutama untuk membuat simpulan mengenai pemerkira (*estimator*) dari sampel yang menurut dalil batas pusat (*central limit theorem*) mengikuti atau mendekati fungsi normal, apabila sampel cukup besar yaitu kalau n menuju tak terhingga. Dalil ini dalam praktiknya sudah berlaku kalau $n > 30$, sebab dalam keadaan seperti ini nilai dari tabel t untuk α tertentu akan mendekati nilai dari tabel normal.

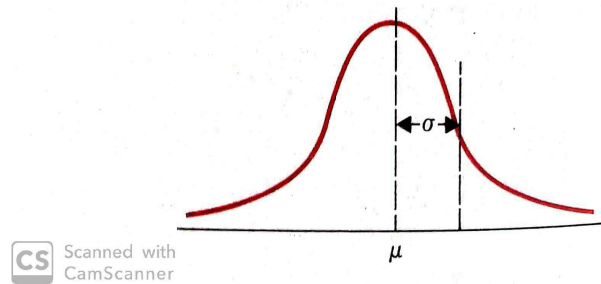
Sebaran Data pada Kurve Normal

Apabila kondisi populasi digambarkan dalam bentuk kurve, biasanya dijumpai berbagai macam bentuk kurve. Hal ini tergantung dari kondisi penyebaran frekuensi skor yang terkumpul. Pada umumnya kondisi populasi dalam dunia pendidikan berdistribusi normal. Tetapi, tidak selamanya populasi yang dijumpai akan berdistribusi normal, oleh karena itu, kita harus hati-hati dalam menghadapi data tersebut. Analisis statistik untuk data yang berdistribusi normal dan yang tidak berdistribusi normal akan berbeda, dengan demikian maka interpretasinya pun akan dipengaruhi oleh bentuk distribusinya.

Data populasi akan berdistribusi normal jika rata-rata nilainya sama dengan mode-nya serta sama dengan mediannya. Ini berarti bahwa sebagian nilai (skor) mengumpul pada posisi tengah, sedangkan frekuensi skor yang rendah dan tinggi menunjukkan kondisi yang makin seimbang. Oleh karena penurunan frekuensi pada skor yang makin rendah dan skor yang makin tinggi adalah

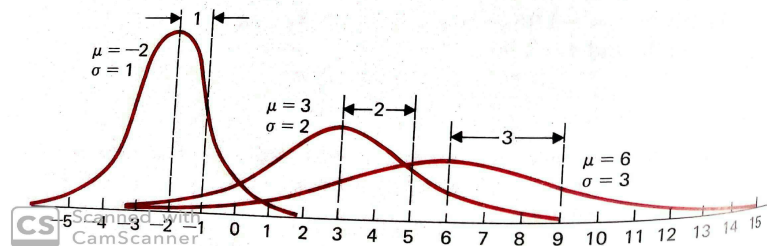
seimbang, maka penurunan garis kurve ke kanan dan ke kiri akan seimbang (Irianto, 2007).

Masing-masing kurve normal dapat diidentifikasi melalui dua bilangan, disebut parameter. Dua parameter tersebut biasanya ditandakan oleh μ dan σ . Parameter μ terletak pada pusat kurve normal, dan parameter σ menunjukkan sebaran kurve normal. Kurve normal dengan μ dan σ terlihat seperti Gambar 3.



Gambar 3. Keterkaitan antara μ dan σ .

Di bawah merupakan tiga kurve normal yang berbeda. Kurve normal pada sebelah kiri mempunyai parameter $\mu = -2$ dan $\sigma = 1$; satu pada pusat (di tengah) mempunyai parameter $\mu = 3$ dan $\sigma = 2$; dan satu pada sebelah kanan mempunyai parameter $\mu = 6$ dan $\sigma = 3$.



Gambar 4. Tiga kurve normal dengan μ dan σ yang berbeda.

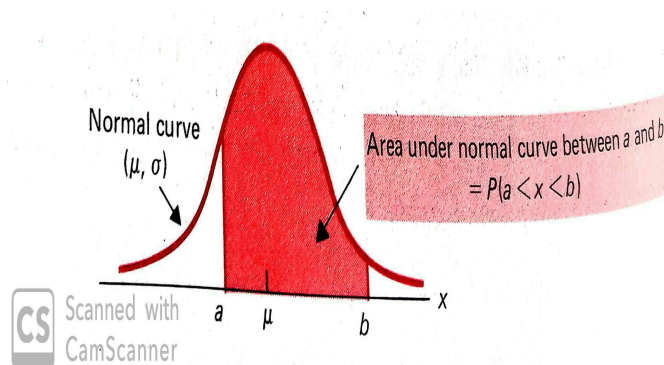
Hal yang penting Anda catat bahwa kurve normal berpusat pada μ dan nilai σ yang lebih besar, menyebabkan kurve lebih tersebar. Kita juga menunjukkan bahwa kurve normal dengan parameter $\mu = 0$ dan $\sigma = 1$ merupakan kurve normal standar.

Menurut Weiss dan Hassett (1982), sifat-sifat yang sangat penting dari kurve normal adalah: (1) daerah di bawah kurve normal adalah 1, (2) kurve normal meluas secara tidak terbatas pada kedua arah, mendekati kutub horisontal,

(3) kurve normal dengan parameter μ dan σ adalah simetris pada μ , yaitu bagian kurve sebelah kiri μ yang merupakan bayangan gambar bagian kurve sebelah kanan μ , dan (4) sebagian besar (kira-kira 99,7%) area di bawah kurve normal dengan parameter μ dan σ terletak di antara $\mu-3\sigma$ dan $\mu+3\sigma$.

Hal yang terpenting pada kurve normal adalah untuk populasi tertentu dan variabel acak tertentu, kita dapat menggunakan daerah di bawah kurve normal untuk menentukan probabilitas. Tidak semua populasi (atau variabel acak) mempunyai sifat bahwa daerah di bawah kurve normal dapat digunakan untuk menentukan probabilitas. Tetapi, jika populasi atau variabel acak mempunyai sifat kurve normal, selanjutnya kita katakan populasi atau variabel acak adalah berdistribusi normal.

Jika kita katakan populasi atau variabel acak (secara perkiraan) adalah berdistribusi normal, kita mengartikan bahwa probabilitas untuk populasi atau variabel acak (secara perkiraan) adalah sama untuk daerah di bawah kurve normal. Dalam diskusi, jika populasi atau variabel acak mempunyai mean μ dan standar deviasi σ , selanjutnya kurve normal yang digunakan benar-benar salah satunya dengan μ dan σ . Kita dapat meringkaskan pembicaraan di atas secara visual dalam cara sebagai berikut. Bila X adalah variabel acak yang berdistribusi normal dengan mean μ dan standar deviasi σ , selanjutnya:



Gambar 5. Kurve normal dan daerah di bawah kurve normal.

Bila suatu populasi atau variabel acak adalah berdistribusi normal dengan mean $\mu = 0$ dan standar deviasi $\sigma = 1$, selanjutnya kita katakan bahwa ini mempunyai standar distribusi normal (karena kita menemukan probabilitas untuk

populasi dan variabel acak melalui penglihatan pada daerah di bawah standar kurve normal).

Keterkaitan antara Teorema Chebychev dengan Sebaran Data pada Kurve Normal

Fokus pada bagian ini adalah distribusi normal. Anda akan belajar bahwa pertanyaan seperti ‘Apakah data yang diperoleh dalam suatu penelitian berdistribusi pada kurve normal?’ Bila pertanyaan tersebut dapat dijawab, salah satunya dapat melengkapi asumsi bahwa data berdistribusi normal. Oleh karena banyak variabel yang menarik untuk ahli-ahli ilmu sosial dan perilaku adalah berdistribusi normal, prosedur-prosedur statistik yang dijelaskan pada bagian ini dapat digunakan.

Pertama, distribusi normal merupakan distribusi teoretis, bukan suatu distribusi empiris. Suatu distribusi empiris merupakan distribusi nyata, skor pengamatan. Distribusi skor pada tes pertama pada kaidah statistik Anda, distribusi skor pada kebenaran kuesioner hasil menyontek, dan distribusi skor SAT yang diperoleh dari pengikut UAN SMA tahun ini merupakan contoh distribusi empiris. Distribusi teoretis adalah lawannya, merupakan distribusi ideal, salah satu yang kita dapat gambarkan dan salah satu yang mungkin diperkirakan melalui distribusi empiris, tetapi salah satunya tidak ada secara nyata. Distribusi normal adalah distribusi teoretis karena ini tidak pernah dapat diperoleh dengan data yang nyata. Untuk salah satunya, skor-skor yang membentuk distribusi normal adalah seluruhnya kontinu; di antara dua skor ada skor yang lainnya. Ini tidak benar dari beberapa variabel yang kita kerjakan dengan dunia nyata pada ilmu-ilmu sosial dan perilaku. Karena keterbatasan kemampuan kita untuk mengukur sesuatu, selalu terdapat celah di antara skor. Sebagai contoh, seseorang dapat mempunyai IQ 100 atau 101, tetapi bukan 100,5. Seekor tikus dapat membuat 7 atau 8 kesalahan di dalam memperoleh sesuatu melalui jalan yang rumit, tetapi bukan 7,5 kesalahan. Alasan kedua, kita tidak pernah mencapai distribusi normal yang sempurna pada dunia nyata, adalah distribusi normal berdasarkan atas ukuran sampel yang tidak terbatas. Kebanyakan peneliti dalam ilmu-ilmu sosial dan perilaku juga tidak optimis seperti mencoba menerapkan

untuk mengerjakan pada sekelompok data yang besar. Ketiga, ekor distribusi normal meluas secara tidak terbatas keluar pada kedua arah, tidak pernah mencapai bawah ordinat. Dalam kata lain, tidak terdapat ekor bawah dan atas pada distribusi normal. Skor minimum dan maksimum merupakan bagian distribusi nyata dan empiris.

Bahkan dipikirkan distribusi normal merupakan teoretis secara murni, entitas ideal, ini secara tetap diperkirakan melalui banyak variabel dengan yang kita kerjakan pada ilmu-ilmu sosial dan perilaku. Inteligensi, keterkaitan pribadi, pendapat politik, dan banyak variabel lainnya semuanya cocok secara tepat, dipikirkan tidak eksak untuk distribusi normal. Distribusi penting lainnya disebut 'distribusi sampling,' yang kita akan bicarakan pada bagian berikut, dapat juga mengambil bentuk distribusi normal.

Kita telah melihat bahwa distribusi normal merupakan distribusi teoretis yang sering diperkirakan di alam. Cara kedua menjelaskan distribusi normal adalah mencatat bentuknya. Distribusi normal berbentuk-lonceng dan simetris. Tetapi tidak semuanya berbentuk-lonceng, distribusi simetris adalah berdistribusi normal. Distribusi normal didefinisikan melalui persentase kasus yang jatuh di antara titik-titik yang dispesifikasi pada distribusi normal. Anda dapat ketahui bahwa 34,13% kasus jatuh di antara mean dan skor yang berlokasi satu standar deviasi di atas mean, 13,59% skor di antara 1 dan 2 standar deviasi di atas mean, 2,14% ditemukan di antara 2 dan 3 standar deviasi di atas mean, 0,13% tampak di antara 3 dan 4 standar deviasi di atas mean, dan pecahan yang sangat tipis kasus skor lebih tinggi daripada 4 standar deviasi di atas mean. Karena distribusi normal adalah simetris, persentase yang sama ditemukan di bawah mean: 34,13% kasus skor di antara mean dan 1 standar deviasi di bawah mean, 13,59 jatuh di antara 1 dan 2 standar deviasi di bawah mean, dan seterusnya (Diekhoff, 1996).

Distribusi normal skor IQ dengan standar deviasi 15. Distribusi standar deviasi ini kita mengatakan sesuatu tentang variabilitas skor IQ –rerata deviasi absolut skor sekeliling mean kira-kira 15 poin. Tetapi kita juga menggunakan standar deviasi untuk mengukur jarak di antara skor pada distribusi. Selanjutnya, skor IQ 115 jatuh 15 poin di atas mean, atau diukur menggunakan standar deviasi sebagaimana ukuran Anda, skor yang jatuh 1 standar deviasi di atas mean.

Dengan cara yang sama, IQ 70 jatuh 30 poin atau 2 standar deviasi di bawah mean. Dalam sifat yang sama, terdapat 4 standar deviasi (IQ 60 poin) di antara IQ 70 dan IQ 130. Kita akan mengulangi lagi pada bagian ini untuk ide penggunaan standar deviasi sebagai cara mengukur jarak pada distribusi.

Persentase yang mendefinisikan bentuk distribusi normal dapat dipikirkan dalam tiga cara. Pertama, kita siap melihat bahwa mereka mengatakan pada kita apa persentase kasus jatuh dalam rentangan skor yang dispesifikasi pada distribusi normal. Kedua, mereka mengukur daerah di bawah kurve normal. Selanjutnya, jika kita katakan bahwa 34,13 kasus skor di antara mean dan 1 standar deviasi di atas mean pada distribusi normal, ini adalah sesuatu yang sama yang dikatakan bahwa 34,13% dari total daerah di bawah kurve normal jatuh pada rentangan ini. Ketiga, persentase yang mendefinisikan bentuk distribusi normal mencerminkan probabilitas. Bila kita mengatakan bahwa 34,13% kasus atau daerah di bawah kurve normal jatuh di antara mean dan 1 standar deviasi di atas mean, ini ekuivalen untuk mengatakan bahwa probabilitasnya adalah 34,13% (atau, dijelaskan sebagai desimal, menjadi 0,3413) bahwa satu kasus distrik secara acak dari distribusi akan jatuh pada rentangan skor ini. Dengan cara yang sama, kita mengetahui bahwa 13,59% kasus atau daerah di bawah kurve normal ditemukan di antara skor yang jatuh pada 1 dan 2 standar deviasi di atas mean. Oleh karena itu, probabilitas penarikan skor secara acak yang jatuh pada rentangan skor ini adalah 13,59% atau 0,1359. Ringkasnya, pernyataan tentang persentase kasus, persentase daerah di bawah kurve, dan probabilitas adalah sama.

Dasar pertimbangan utama yang digunakan oleh ahli statistik di dalam menentukan distribusi data pada kurve normal adalah dalil Chebychev. Pada hakikatnya dalil Chebychev menyatakan bahwa: (1) $\pm 68\%$ hasil pengukuran akan berada dalam interval $\mu \pm 1\sigma$, (2) $\pm 95\%$ hasil pengukuran akan berada dalam interval $\mu \pm 2\sigma$, dan (3) $\pm 99\%$ hasil pengukuran akan berada dalam interval $\mu \pm 3\sigma$. Makin terpenuhi distribusi data sebagaimana dinyatakan dalam dalil Chebychev, maka data yang diuji makin memenuhi distribusi normal. Hal ini bersesuaian dengan pernyataan Weiss dan Hassett (1982), bahwasannya bila kita menginterpretasikan fakta-fakta tersebut dalam istilah variabel terstandarisasi kita memperoleh informasi berikut, yang mana terutama berguna untuk

memvisualisasikan suatu variabel atau populasi acak. Andaikata suatu populasi berdistribusi secara normal, maka: (1) kira-kira 68% populasi terentang dalam satu standar deviasi dari reratanya, (2) kira-kira 95% populasi terentang dalam dua standar deviasi dari reratanya, dan (3) kira-kira 99,7% (hampir semuanya) populasi terentang dalam tiga standar deviasi dari reratanya.

Hal ini sangat bersesuaian dengan pendapat Tuckman (1972), yang pada hakikatnya menyatakan pengujian parametrik adalah lebih *valid* jika uji tersebut ditampilkan pada data yang mempunyai distribusi normal. Suatu distribusi normal merupakan distribusi yang benar-benar simetris terhadap reratanya; ini mempunyai bentuk lonceng. Jika distribusi skor pada variabel gayut untuk kelompok berbeda yang dibandingkan dalam suatu studi (atau di antara variabel-variabel dalam kasus korelasi) adalah tidak-simetris atau miring (*skewed*), selanjutnya konklusi berdasarkan atas uji statistik parametrik kurang *valid*. Makin besar kemiringan distribusi, makin besar ketidakvalidan uji parametrik yang dikerjakan pada data yang bersangkutan.

Atau mengikuti uraian dari Soewarno (1987) mengenai distribusi normal dinyatakan sebagai kurve simetris berbentuk lonceng. Meskipun semua kurve adalah berbentuk lonceng, tetapi tidak semua kurve berbentuk lonceng adalah normal. Contoh kurve normal dapat diperiksa pada Gambar 5, di mana digambarkan pula beberapa sifat penting sumber horisontal menunjukkan nilai-nilai distribusi yang dinyatakan dalam simbol \bar{X} (mean) dan standar deviasi dan tinggi kurve mewakili frekuensi atau proporsi kasus yang mempunyai nilai tertentu. Daerah seluruh kurve menggambarkan total kasus (100%), atau 1,0 (dinyatakan dengan proporsi). Bagian tengah-tengah atau puncaknya terpusat pada mean, di mana sebagian besar dari jumlah kasusnya berada pada daerah tersebut. Jika kita bergerak menjauhi mean, baik ke kiri atau ke kanan akan kita temukan jumlah kasus yang makin sedikit. Dengan kata lain sebagian besar kasus terpusat di sekitar mean dan kasus yang paling sedikit terletak pada kedua sisi kurve tersebut. Jarak dari mean dinyatakan dengan standar deviasi atau simpangan baku.

Untuk memenuhi distribusi data pada kurve yang simetris atau normal, atau memenuhi ketentuan dari dalil Chebychev, hendaknya jumlah sampel memenuhi persyaratan untuk diuji dalam statistik parametrik. Terkait dengan

jumlah sampel yang memenuhi persyaratan uji statistik parametrik, ada baiknya diikuti saran dari Fraenkel dan Wallen (1993), yang pada hakikatnya menyatakan terdapat sedikit petunjuk bahwa kita akan menasihatkan dengan harapan jumlah minimum subjek yang dibutuhkan. Untuk studi deskriptif, kita memikirkan sampel dengan jumlah minimum 100 adalah esensial. Untuk studi korelasional, sampel sekurang-kurangnya 50 dipandang perlu untuk menegakkan adanya korelasi. Untuk studi eksperimental dan kausal-komparatif, kita merekomendasikan minimum 30 individu per kelompok, walaupun kadang-kadang studi eksperimen hanya dengan 15 individu pada masing-masing kelompok dapat dipertahankan jika mereka mengontrolnya dengan ketat; studi-studi yang menggunakan hanya 15 subjek per kelompok mungkin merupakan pengulangan (*replicated*), bagaimanapun sebelumnya juga telah banyak dibuat temuan-temuan yang terjadi.

Jumlah sampel yang memenuhi syarat untuk uji statistik parametrik akan berpengaruh terhadap kekuatan untuk menolak hipotesis nol (H_0). Terkait dengan hal ini, Bruning dan Kintz (1977) menyatakan kekuatan suatu uji hipotesis untuk menolak sebuah hipotesis yang salah bergantung atas empat faktor yang berkontribusi, yakni: (1) nilai alpha (α) (makin kecil alpha, makin kecil kekuatan), (2) varians pengukuran (makin besar varians, makin rendah kekuatan), (3) ukuran pengaruh perlakuan secara beraturan menjadi diduga bermakna atau berguna (makin besar pengaruh yang diperlukan, makin rendah kekuatan), dan (4) ukuran sampel (makin kecil sampel, makin kecil kekuatan).

Dalam praktik, faktor 1, 2, dan 3 di atas akan konstan untuk beberapa eksperimen yang istimewa. Hanya faktor 4 dapat diubah dan dalam kebanyakan eksperimen, pelaksana eksperimen (*experimenter*) dapat memilih sampel yang lebih besar atau lebih kecil tanpa banyak mengalami kesulitan.

Jadi, tampaknya jumlah sampel dalam statistik parametrik sangat berpengaruh terhadap penolakan suatu hipotesis yang salah. Oleh karena itulah, statistik parametrik selalu mempersyaratkan sebaran data dalam kondisi normal sebelum dilakukan pengujian hipotesis. Dalam kajian uji normalitas data, selalu menguji sebaran data di sebelah kanan dan di sebelah kiri mean. Artinya, sebaran data di sebelah kanan mean meliputi: \bar{X} sampai $\bar{X} + 1SD$, $\bar{X} + 1SD$ sampai $\bar{X} +$

2 SD, dan $\bar{X} + 2SD$ sampai $\bar{X} + 3SD$; sedangkan sebaran data di sebelah kiri mean meliputi: $\bar{X} - 1SD$ sampai \bar{X} , $\bar{X} - 1SD$ sampai $\bar{X} - 2SD$, dan $\bar{X} - 3SD$ sampai $\bar{X} - 2SD$. Sebaran data seperti ini, uji normalitas datanya dapat menggunakan uji Chi-Kuadrat (χ^2). Menurut Sudijono (2010), Chi-Kuadrat juga dapat digunakan untuk mengetes signifikansi normalitas distribusi, yaitu untuk menguji hipotesis nihil yang menyatakan bahwa ‘frekuensi yang diobservasi dari distribusi nilai-nilai yang sedang diselidiki normalitas distribusinya, tidak menyimpang secara signifikan dari frekuensi teoretiknya dalam distribusi normal teoretis.’

Sebagai contoh, disajikan uji normalitas data hasil belajar biologi siswa yang mengikuti metode pembelajaran kooperatif tipe Co-Op Co-Op dan memiliki motivasi belajar tinggi (A_1B_1). Sebelum dilakukan pengujian normalitas data hasil belajar biologi siswa yang mengikuti metode pembelajaran kooperatif tipe Co-Op Co-Op dan memiliki motivasi belajar tinggi, maka dua persyaratan dasar dalam pengujian tersebut harus dipenuhi, yaitu tampilan data dari hasil belajar siswa dan perumusan hipotesis (baik hipotesis nol maupun hipotesis alternatif). Adapun sajian data dari hasil belajar siswa yang mengikuti metode pembelajaran kooperatif tipe Co-Op Co-Op dan memiliki motivasi belajar tinggi seperti tercantum dalam Tabel 2.

Tabel 2. Hasil belajar biologi siswa yang mengikuti metode pembelajaran kooperatif tipe Co-Op Co-Op dan memiliki motivasi belajar tinggi.

Nomor Urut	Hasil Belajar Biologi (Y)	Nomor Urut	Hasil Belajar Biologi (Y)
1.	23	12.	23
2.	24	13.	26
3.	26	14.	25
4.	25	15.	27
5.	23	16.	24
6.	28	17.	22
7.	24	18.	26
8.	21	19.	25
9.	25	20.	26
10.	25	21.	25
11.	24		

(Sumber: Puger, 2008).

Supaya hasil pengujian normalitas data hasil belajar biologi siswa dapat dikategorikan **berdistribusi normal** atau **berdistribusi tidak normal**, diperlukan adanya suatu rumusan hipotesis. Adapun rumusan hipotesis yang dimaksud adalah:

H_0 : Sampel berdistribusi normal.

H_1 : Sampel berdistribusi tidak normal.

Adapun langkah-langkah yang ditempuh di dalam pengujian normalitas data dengan Chi-Kuadrat adalah:

1. Menentukan interval kelas, frekuensi observasi (f_o), dan frekuensi teoretik (f_t) berdasarkan mean (\bar{Y}) dan standar deviasi (SD) sesuai dengan distribusi kurve normal. Hasil penghitungan data pada Tabel 1 dengan menggunakan Kalkulator Casio fx-4500PA diperoleh $\bar{Y} = 24,62$ dan $SD = 1,62$.

Berdasarkan atas kurve normal, interval kelas, frekuensi observasi (f_o), dan frekuensi teoretik (f_t) dari data hasil belajar biologi siswa yang mengikuti metode pembelajaran kooperatif tipe Co-Op Co-Op dan memiliki motivasi belajar tinggi dapat diringkaskan pada Tabel 3.

Tabel 3. Tabel kerja Chi-Kuadrat.

Interval Kelas	Frekuensi Observasi (f_o)	Frekuensi Teoretik (f_t)
27,94-29,60	1	0,42
26,28-27,93	1	2,94
24,62-26,27	10	7,14
22,96-24,61	7	7,14
21,30-22,95	1	2,94
19,64-21,29	1	0,42
Jumlah	21	21

Mengenai interval kelas dapat ditentukan melalui distribusi kurve normal yang terbagi menjadi 6 bagian. Secara terinci mengenai penjelasan masing-masing interval kelas adalah:

$$\begin{aligned} \text{Interval kelas 1} &= \bar{Y} + 2SD - \bar{Y} + 3SD = 24,62 + (2 \times 1,66) - 24,62 + (3 \times 1,66) \\ &= 27,94 - 29,60 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Interval kelas 2} &= \bar{Y} + 1SD - \bar{Y} + 2SD = 24,62 + (1 \times 1,66) - 24,62 + (2 \times 1,66) \\ &= 26,28 - 27,93 \end{aligned}$$

$$\text{Interval kelas 3} = \bar{Y} - \bar{Y} + 1SD = 24,62 - 24,62 + (1 \times 1,66)$$

$$\begin{aligned}
&= 24,62 - 26,27 \\
\text{Interval kelas 4} &= \bar{Y} - 1SD - \bar{Y} = 24,62 - (1 \times 1,66) - 24,62 \\
&= 22,96 - 24,61 \\
\text{Interval kelas 5} &= \bar{Y} - 2SD - \bar{Y} - 1SD = 24,62 - (2 \times 1,66) - 24,62 - (1 \times 1,66) \\
&= 21,30 - 22,95 \\
\text{Interval kelas 6} &= \bar{Y} - 3SD - \bar{Y} - 2SD = 24,62 - (3 \times 1,66) - 24,62 - (2 \times 1,66) \\
&= 19,64 - 21,29
\end{aligned}$$

Mengenai frekuensi teoretik (f_t) dapat ditentukan melalui distribusi kurve normal yang terbagi menjadi 6 bagian. Secara terinci mengenai penjelasan masing-masing frekuensi teoretik adalah:

$$\begin{aligned}
\text{Frekuensi teoretik } (f_t) \text{ pada interval kelas 1} &= f_{t1}/100 \times n = 2/100 \times 21 = 0,42 \\
\text{Frekuensi teoretik } (f_t) \text{ pada interval kelas 2} &= f_{t2}/100 \times n = 14/100 \times 21 = 2,94 \\
\text{Frekuensi teoretik } (f_t) \text{ pada interval kelas 3} &= f_{t3}/100 \times n = 34/100 \times 21 = 7,14 \\
\text{Frekuensi teoretik } (f_t) \text{ pada interval kelas 4} &= f_{t4}/100 \times n = 34/100 \times 21 = 7,14 \\
\text{Frekuensi teoretik } (f_t) \text{ pada interval kelas 5} &= f_{t5}/100 \times n = 14/100 \times 21 = 2,94 \\
\text{Frekuensi teoretik } (f_t) \text{ pada interval kelas 6} &= f_{t6}/100 \times n = 2/100 \times 21 = 0,42
\end{aligned}$$

2. Dengan mengetahui interval kelas, f_o , dan f_t , maka tabel kerja dari Chi-Kuadrat dapat dibuat. Adapun tabel kerja dari Chi-Kuadrat dapat dilihat pada Tabel 4.

Tabel 4. Tabel kerja untuk menentukan nilai χ^2 -hitung.

Interval kelas	f_o	f_t	$(f_o - f_t)$	$(f_o - f_t)^2$	$(f_o - f_t)^2 / f_t$
27,94-29,60	1	0,42	0,58	0,3364	0,801
26,28-27,93	1	2,94	-1,94	3,7636	1,280
24,62-26,27	10	7,14	2,86	8,1796	1,146
22,96-24,61	7	7,14	-0,14	0,0196	0,0027
21,30-22,95	1	2,94	-1,94	3,7636	1,280
19,64-21,29	1	0,42	0,58	0,3364	0,801
Jumlah	21	21	0	-	5,3107

Dari tabel kerja Chi-Kuadrat diperoleh nilai χ^2 -hitung sebesar 5,3107. Supaya bisa menerima atau menolak hipotesis nol (H_o), maka nilai χ^2 -hitung tersebut harus dibandingkan dengan nilai χ^2 -tabel. Nilai χ^2 -tabel pada derajat kebebasan (db) = (jumlah klasifikasi - 1) = (6 - 1) = 5 dan taraf signifikansi 5% sebesar 11,070. Oleh karena nilai χ^2 -hitung < nilai χ^2 -tabel (5,3107 < 11,070) berarti hipotesis nol (H_o) diterima. Hal ini dapat dikatakan bahwa data hasil belajar biologi siswa yang mengikuti metode pembelajaran kooperatif tipe Co-Op Co-Op

dan memiliki motivasi belajar tinggi berasal dari populasi yang berdistribusi normal.

SIMPULAN

Berdasarkan atas pembahasan yang sudah diuraikan, dapat disimpulkan bahwa data suatu penelitian yang diperoleh secara empiris agar berdistribusi secara normal harus mengikuti distribusi normal teoretik. Distribusi normal teroretik dibuat oleh ahli statistik dengan mengikuti teorema Chebychev. Sehingga ahli statistik sering mengatakan teorema Chebychev merupakan dasar pembuatan kurve distribusi normal teoretis. Dengan kata lain, sebelum melakukan uji normalitas data sebaiknya memahami dulu mengenai teorema Chebychev.

DAFTAR PUSTAKA

- Bruning, James L. and B.L. Kintz. 1977. *Computational Handbook of Statistics*. USA: Scott, Foresman and Company.
- Diekhoff, George M. 1996. *Basic Statistics for the Social and Behavioral Sciences*. New Jersey: Prentice-Hall Inc.
- Fraenkel, Jack R. and Norman E. Wallen. 1993. *How to Design and Evaluate Research in Education*. Toronto: McGraw-Hill Inc.
- Irianto, H. Agus. 2007. *Statistik: Konsep Dasar dan Aplikasinya*. Jakarta: Kencana Prenada Media Group.
- Puger, I Gusti Ngurah. 2008. "Pengaruh Metode Pembelajaran dan Motivasi Belajar Terhadap Hasil Belajar Biologi Siswa." *Hasil Penelitian yang Dibiayai Oleh LP2M Unipas Singaraja*.
- Soewarno, Bambang. 1987. *Metode Kuantitatif dalam Penelitian Ilmu-Ilmu Sosial dan Pendidikan*. Jakarta: P2LPTK Depdikbud.
- Sudijono, Anas. 2010. *Pengantar Statistika Pendidikan*. Jakarta: PT RajaGrafindo Persada.
- Supranto, J. 2000. *Teknik Sampling untuk Survei & Eksperimen*. Jakarta: PT Rineka Cipta.
- Tuckman, Bruce W. 1972. *Conducting Educational Research*. New York: Harcourt Brace Jovonovich, Inc.
- Walpole, Ronald E. 1995. *Pengantar Statistika*. Diterjemahkan Oleh Bambang Sumantri. Jakarta: PT Gramedia.
- Weiss, Neil and Matthew Hassett. 1982. *Introductory Statistics*. Sydney: Addison-Wesley Publishing Company.